

# Analisa Respon Frekuensi Citra Digital Menggunakan Metode Transformasi Fourier Diskrit

Balqis Yafis<sup>1\*</sup>, Himmatur Rijal<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Fakultas Komputer dan Multimedia, Universitas Islam Kebangsaan Indonesia

<sup>2</sup>Fakultas Teknik, Prodi Teknik Informatika, Universitas Malikussaleh, Aceh

\*Corresponding Email: balqisyafis@gmail.com

## ABSTRAK

Analisa respon frekuensi banyak diaplikasikan dalam pengolahan citra digital karena kemampuannya yang dapat mengidentifikasi fitur dan informasi penting di dalam citra. Dalam pengolahan citra digital, Transformasi Fourier sangat berguna untuk melakukan berbagai jenis operasi seperti kompresi citra. Kompresi citra adalah proses mengurangi ukuran citra digital tanpa mengorbankan informasi yang penting. Transformasi Fourier Diskrit dapat membantu dalam kompresi citra digital karena kemampuannya untuk menganalisis respon frekuensi secara efisien dan akurat. Tujuan utama dari Transformasi Fourier adalah untuk mentransformasikan citra dari domain spasial (piksel) ke domain frekuensi sehingga kita dapat menganalisis komponen frekuensi yang terkandung dalam citra. Dalam penelitian ini, kami meneliti representasi domain frekuensi dari sebuah citra *grayscale* berukuran 128x128 pixel, melalui metode Transformasi Fourier Diskrit atau Discrete Fourier Transform (DFT). Kemudian, kami juga mengeksplorasi ukuran dan pola citra mempengaruhi representasi domain frekuensi. Metode DFT dipilih untuk menganalisis respon frekuensi citra digital karena kemampuannya untuk merepresentasikan citra digital ke dalam domain frekuensi dan DFT memiliki implementasi yang sederhana dimana hanya memerlukan operasi matematika dasar, seperti penjumlahan dan perkalian kompleks. DFT adalah teknik yang sangat berguna dan efektif dalam pengolahan citra digital. Dalam konteks penelitian ini, peneliti akan melakukan analisis terhadap dampak kompresi citra pada respon frekuensi citra digital yang diperoleh melalui metode DFT. Oleh karena itu peneliti bermaksud untuk menganalisa respon frekuensi citra terutama pada bagian magnitude citra.

**Kata Kunci:** Kompresi citra, DFT, Transformasi Fourier Diskrit, Pengolahan Citra Digital.

## ABSTRACT

*Frequency response analysis is widely applied in digital image processing because of its ability to identify important features and information in images. In digital image processing, the Fourier transform is very useful for performing various types of operations such as image compression. Image compression is the process of reducing the size of a digital image without compromising important information. The Discrete Fourier Transform can assist in digital image compression because of its ability to analyze frequency response efficiently and accurately. The main objective of the Fourier transform is to transform images from the spatial domain (pixels) to the frequency domain so that we can analyze the frequency components contained in the image. In this study, we examined the frequency domain representation of a grayscale image measuring 128x128 pixels, using the Discrete Fourier Transform (DFT) method. Then, we also explore how image size and pattern affect the frequency domain representation. The DFT method was chosen to analyze the frequency response of digital images because of its ability to represent digital images in the frequency domain and DFT has a simple implementation which only requires basic mathematical operations, such as complex addition and multiplication. DFT is a very useful and effective technique in digital image processing. In the context of this study, researchers will analyze the impact of image compression on the frequency response of digital images obtained through the DFT method. Therefore the researcher intends to analyze the frequency response of the image, especially in the image magnitude part.*

**Keywords:** Image compression, DFT, Digital Image processing.

**1. PENDAHULUAN**

Citra digital umumnya diwakili dalam bentuk matriks dua dimensi dimana setiap elemen matriks mewakili satu piksel pada citra dan memiliki nilai derajat keabuan yang menunjukkan tingkat kecerahan piksel tersebut. Namun, terkadang citra digital dapat terganggu oleh noise yang merupakan suatu bentuk gangguan pada sinyal citra Gonzalez (2002). Transformasi Fourier Diskrit (TFD) merupakan bentuk diskrit dari transformasi fourier yang berfungsi membawa sinyal dari domain spasial ke domain frekuensi (Smith, 1997). Pada makalah ini, akan dilakukan percobaan representasi domain frekuensi dari sebuah citra grayscale berukuran 128x128 pixel, melalui metode Transformasi Fourier Diskrit (TFD) atau Discrete Fourier Transform (TFD). Kemudian, kami juga mengeksplorasi bagaimana merubah ukuran dan pola gambar mempengaruhi representasi domain frekuensi.

TFD merupakan sebuah bentuk Transformasi Fourier yang beroperasi pada data sampel atau data diskrit.

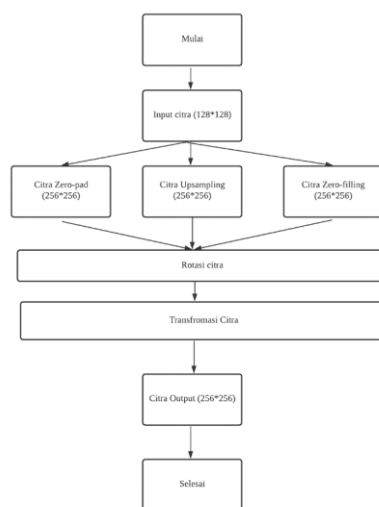
Citra pada TFD adalah representasi frekuensi dari sinyal dalam domain spasial. Hal ini berbeda dengan Transformasi Fourier kontinu yang beroperasi pada data kontinu. Karena DFT hanya beroperasi pada sampel data, maka TFD hanya mampu merepresentasikan sejumlah frekuensi tertentu saja yang membentuk gambar, bukan seluruh frekuensi yang ada. Meskipun demikian, setiap sampel yang digunakan dalam DFT memiliki ukuran yang cukup besar sehingga mampu sepenuhnya merepresentasikan citra dalam domain spasial. Jumlah frekuensi yang dapat direpresentasikan dalam TFD sebanding dengan jumlah piksel dalam citra domain spasial, sehingga gambar dalam domain spasial dan gambar dalam domain Fourier memiliki ukuran yang sama. Untuk citra yang berdimensi MxN, persamaan DFT dapat diilustrasikan sebagai berikut:

$$F(k,l) = \frac{1}{MN} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} f[m,n] e^{-j2\pi(\frac{k}{M}m + \frac{l}{N}n)}$$

Dimana f[m,n] adalah citra dalam domain spasial dan eksponensial suku adalah fungsi basis yang sesuai dengan setiap titik F[k,l] dalam ruang Fourier. Dengan menggunakan persamaan tersebut, kit adapt memperoleh niali dari setiap titik dalam ruang Fourier F[k,l] yang diperoleh dengan mengalikan citra spasial dengan fungsi dasar yang sesuai dan menjumlahkan hasilnya.

**2. METODE PENELITIAN**

**2.1 Alur Penelitian**



**Gambar 1.** Alur Penelitian

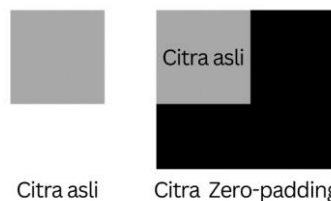
Pada tahap awal dilakukan deklarasasi variabel citra dua-dimensi yang terdiri dari baris M, dan kolom N seperti berikut:

**Tabel 1.** Deklarasi variabel

Variabel	Ukuran	Keterangan
F[m,n]	128*128	Citra input / Citra asli
F[k,l]	256*256	Citra output / Citra DFT
M	256	Ukuran baris citra DFT
N	256	Ukuran kolom citra DFT

**2.2 Zero-padding Cita**

Teknik *zero-padding* pada citra digital adalah menambahkan nilai nol (0) pada tepi citra untuk memperluas ukurannya tanpa memengaruhi informasi visual utama pada citra. Teknik *zero-padding* adalah dilakukan terlebih dahulu pada citra asli sebelum dihasilkan gambar baru dengan ukuran PQ. Pada teknik *zero-padding*, citra asli diperluas dengan menambahkan nilai nol pada tepi-tapi citra sehingga ukuran citra asli menjadi P x Q, di mana  $P = 2M-1$  dan  $Q = 2N-1$ . Setelah proses *zero-padding* selesai dilakukan, langkah selanjutnya adalah melakukan proses perkalian citra asli dengan magnitude  $(-1)^{(m+n)}$ . Magnitude  $(-1)^{(m+n)}$  merupakan nilai eksponen -1 yang dinaikkan pada pangkat m+n, di mana m dan n adalah koordinat pixel pada citra asli. Proses perkalian ini akan menghasilkan citra yang telah dimodifikasi dengan frekuensi spasial yang berbeda, yang kemudian dapat digunakan untuk menghasilkan gambar baru berukuran PQ.



**Gambar 2.** Ilustrasi citra *zero-padding*

**2.3 Interpolasi Citra**

Teknik interpolasi pada citra adalah teknik untuk meningkatkan resolusi citra dengan menambahkan piksel baru antara piksel yang ada. Hal ini dilakukan untuk meningkatkan kejelasan dan kualitas citra. Metode interpolasi yang dilakukan adalah bilinear.

**2.4. Zero-filling Citra**

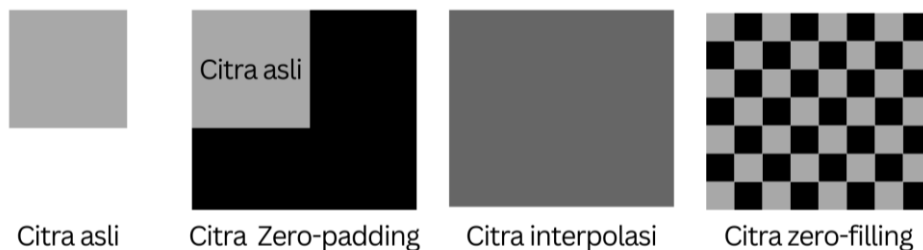
Teknik *zero-filling* adalah suatu teknik yang dilakukan untuk menambahkan nilai nol pada citra sehingga ukurannya menjadi lebih besar. Dengan menggunakan teknik ini, kita dapat memperoleh informasi yang lebih detail tentang spektrum frekuensi citra.

**2.5. Tahapan Implementasi**

Adapun tahapan dalam rancangan dan implementasi Analisa respon frekuensi di rancang dalam tahapan sebagai berikut:

1. Melakukan transformasi fourier diskrit pada citra asli *grayscale* berdimensi 128\*128 piksel dan menampilkan hasil respon frekuensinya pada.
2. Selanjutnya gambar yang sama diperbesar menjadi 256\*256 piksel dengan tetap mempertahankan konteks yang sama. Proses ini lebih dikenal dengan proses *zero-padding*. Proses *zero-padding* pada citra digital adalah menambahkan nilai nol (0) pada tepi citra untuk memperluas ukurannya tanpa memengaruhi informasi visual utama pada citra. *Zero-padding* dapat digunakan untuk memperluas citra sebelum dilakukan transformasi TFD.

3. Kemudian, citra diperbesar dua kali dari citra aslinya menjadi 256\*256 piksel melalui proses interpolasi. Proses interpolasi pada citra adalah teknik untuk meningkatkan resolusi citra dengan menambahkan piksel baru antara piksel yang ada. Hal ini dilakukan untuk meningkatkan kejelasan dan kualitas citra.
4. Untuk memperoleh informasi yang lebih detail tentang spektrum frekuensi citra, dilakukan proses *zero-filling*, kemudian respon frekuensi pada citra asli dibandingkan dengan respon frekuensi citra *zero-filling*.



**Gambar 3.** Tahapan Implementasi

Dalam TFD, sinyal mengkasikan bilangan kompleks yang dapat mewakili magnitudo dan fasa dari sinyal pada frekuensi tertentu. Dengan menggunakan persamaan berikut, kita dapat menghitung total dari setiap titik diskrit pada citra.

$$F(k, l) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} P(k, n) e^{-j2\pi \frac{k}{M}}$$

$$F(m, n) = \frac{1}{N} \sum_{l=0}^{N-1} P(m, l) e^{-j2\pi \frac{k}{N}}$$

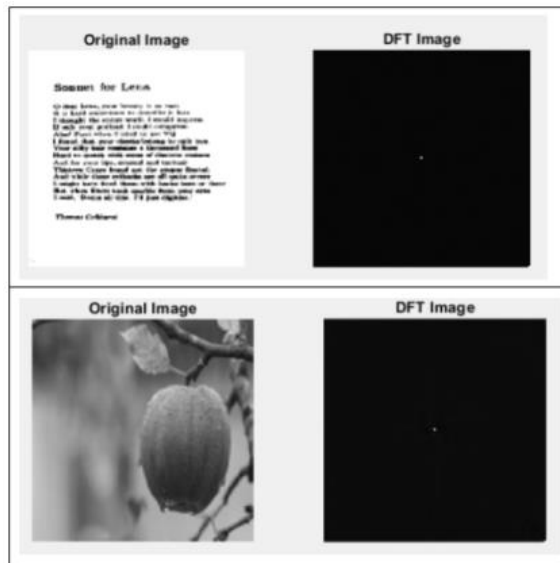
M atau N adalah variable yang digunakan dalam proses transformasi citra dari domain spasial ke Transformasi Fourier dimana melibatkan konversi citra dari representasi spasial ke representasi frekuensi. Dimana P(k,n) berfungsi untuk menghitung nilai magnitudo dan P(m,l) berfungsi untuk menghitung nilai fasa.

Dalam Transformasi Fourier, setiap sinyal atau citra memiliki spektrum frekuensi yang terdiri dari beberapa koefisien yang merepresentasikan komponen-komponen frekuensi yang berbeda dari sinyal atau citra tersebut. Koefisien DC adalah koefisien pertama dari spektrum frekuensi, yang merepresentasikan nilai rata-rata atau bias dari sinyal atau citra. Pada penelitian ini dilakukan Batasan bahwa besarnya frekuensi pada citra yang lebih dari 300 dari nilai DC, maka tidak akan memberikan kontribusi yang signifikan terhadap citra tersebut.

### 3. HASIL DAN PEMBAHASAN

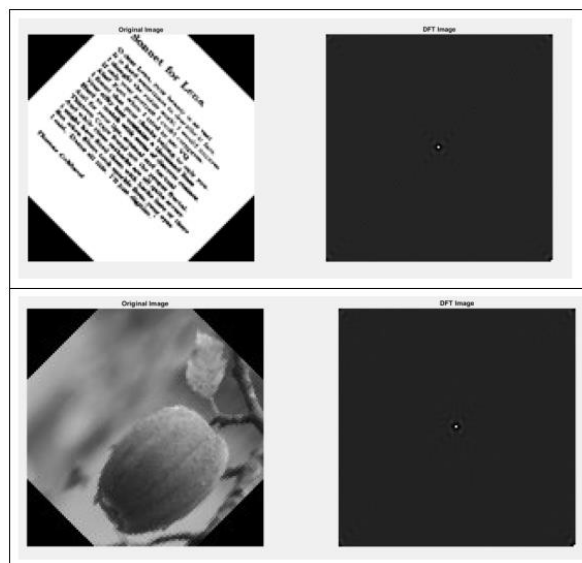
#### 3.1. Hasil Penelitian Citra Asli

Dengan citra asli berdimensi 128\*128 pixel, Transformasi Fourier Diskrit diimplementasikan pada penelitian ini. Citra asli ditunjukkan pada bagian kiri, sedangkan citra hasil Transformasi Fourier Diskrit (DFT) direpresentasikan pada bagian kanan.



**Gambar 4.** Hasil transformasi citra asli

Pada percobaan ini menunjukkan bahwa pada DFT, nilai utama dari citra direpresentasikan tepat ditengah citra, sedangkan nilai pixel lainnya direpresentasikan sebagai warna hitam dalam DFT. Selanjutnya, dilakukan rotasi 45 derajat pada citra asli, seperti diilustrasikan pada gambar berikut:

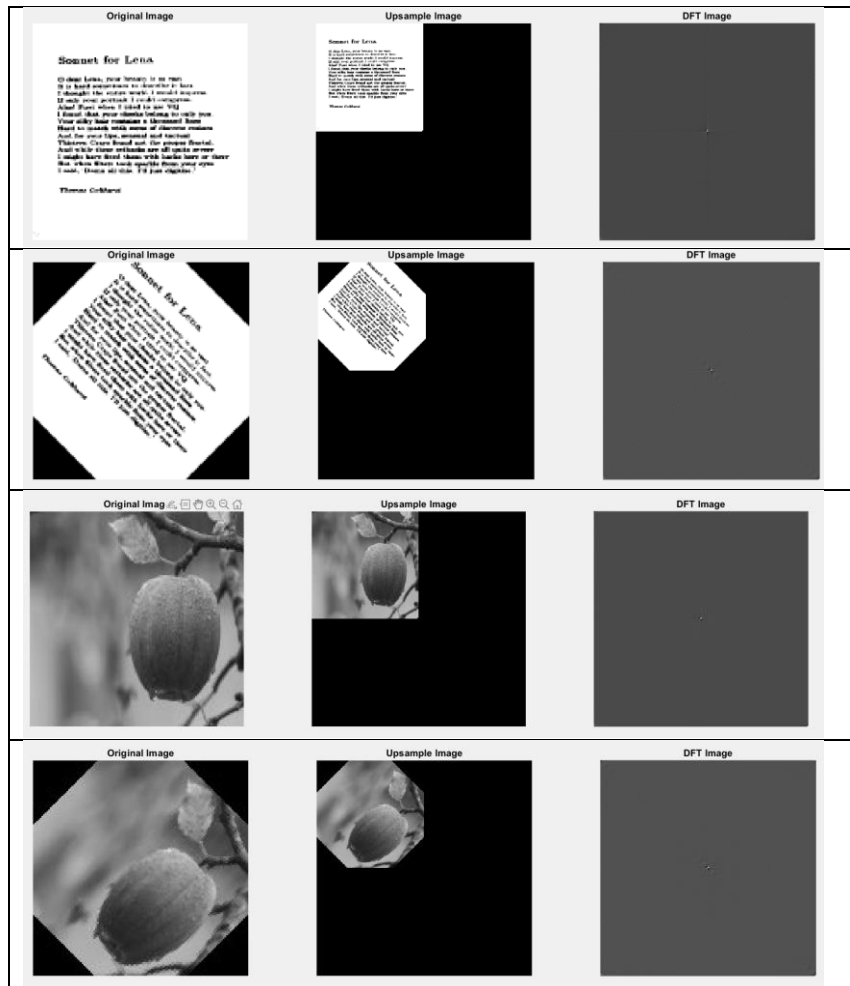


**Gambar 5.** Hasil transformasi citra rotasi

Pada hasil transformasi sekilas kita melihat citra pada domain frekuensi menampilkan satu piksel titik putih di pusat citra, tetapi, jika kita perhatikan dengan seksama, kita dapat melihat garis tipis yang selaras dengan arah rotasi citra input.

**3.2. Hasil Penelitian Citra Zero-padding**

Pada percobaan kedua, dilakukan proses *zero-padding* seperti gambar berikut:



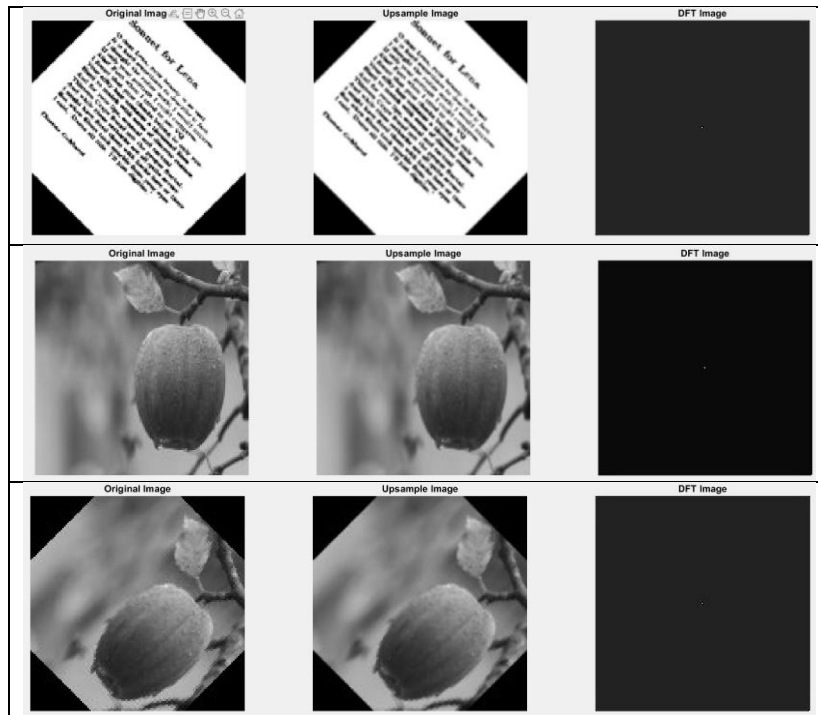
**Gambar 6.** Hasil transformasi citra *zero-padding*

Dari hasil transformasi pada citra DFT dapat disimpulkan bahwa tidak hanya ada titik kecil pada pusat citra, tetapi juga garis yang sejajar dengan arah gambar input. Dengan demikian, kita dapat berasumsi bahwa Transformasi Fourier menyimpan informasi citra berdasarkan arah perputaran citra.

### 3.3. Hasil Penelitian Citra Interpolasi

Pada percobaan ini, citra asli diperbesar dua kali menjadi 256\*256 piksel, melalui interpolasi dengan metode bilinear.





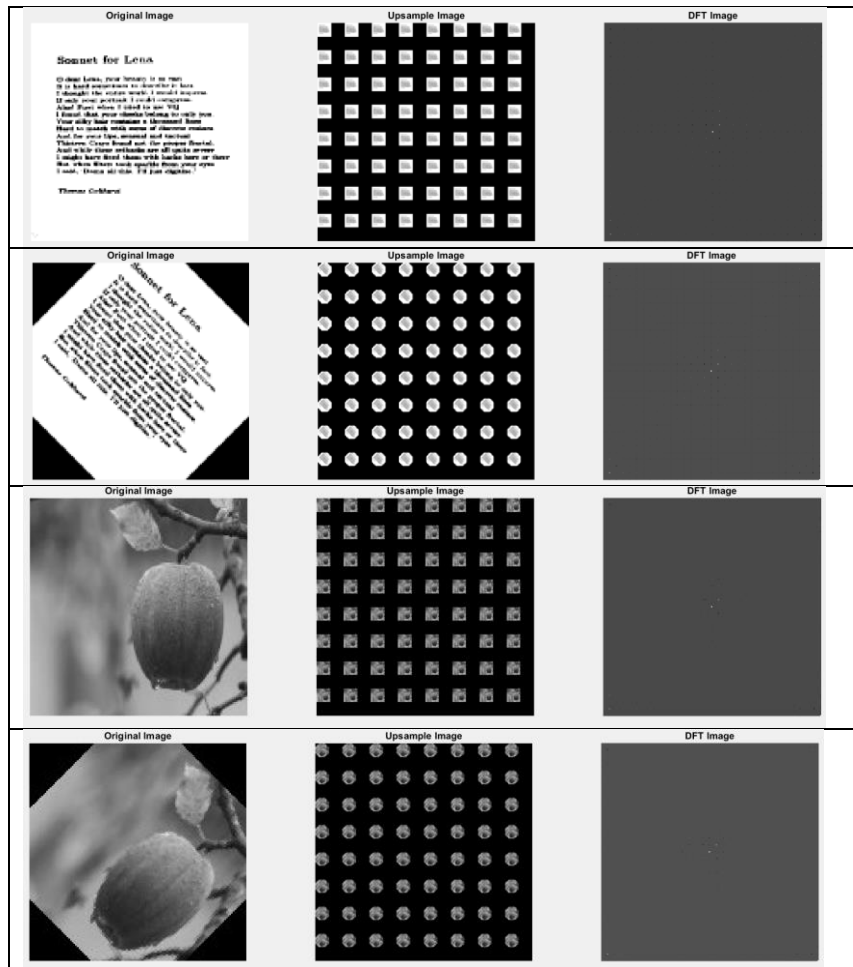
**Gambar 7.** Hasil transformasi citra interpolasi

Jika dibandingkan dengan percobaan pertama, hasil percobaan ini menunjukkan bahwa jika dilakukan Transformasi Fourier terhadap citra hasil up-sampling, maka citra tersebut akan mengalami peningkatan resolusi frekuensi, namun tidak akan mengubah isi spektrum frekuensinya. Dalam hal ini, up-sampling hanya akan menambahkan lebih banyak titik di sekitar spektrum frekuensi yang sudah ada, sehingga memperhalus dan menambah detail pada citra hasil transformasi Fourier, tetapi tidak akan mengubah bentuk spektrum tersebut.

**3.4. Hasil Penelitian Citra Zero-filling**

Untuk memahami sifat Transformasi Fourier terhadap pola periodik, pada tahap ini citra asli diperiksa dalam pola periodik dimana dilakukan Teknik *zero-filling* pada citra asli yang berdimensi 128\*128 pixel menjadi 256\*256 pixel.

Setelah dilakukan *zero-filling*, dilakukan DFT pada citra tersebut. Hasil DFT menunjukkan bahwa terdapat beberapa titik di tengah citra hasil DFT yang sebenarnya terdapat 9 nilai utama. Nilai utama tersebut terdiri dari nilai DC dan 8 titik yang sesuai dengan frekuensi gelombang. Dengan memperhatikan nilai-nilai utama ini, kita dapat memahami sifat Transformasi Fourier terhadap pola periodik pada citra tersebut. Dengan demikian, penggunaan teknik *zero-filling* pada citra periodik dapat membantu dalam memahami sifat Transformasi Fourier secara lebih mendalam. Hasil Transformasi Fourier pada citra *zero-filling* menunjukkan bahwa jika kita cermati, terdapat beberapa titik di tengah citra hasil Transformasi Fourier yang sebenarnya terdapat sembilan nilai utama yaitu nilai DC dan 8 titik yang sesuai dengan frekuensi gelombang.



**Gambar 8.** Hasil transformasi citra *zero-filling*

**4. SIMPULAN**

Penelitian ini menunjukkan bahwa pada respon frekuensi citra, frekuensi rendah mengandung lebih banyak informasi daripada yang lebih tinggi. Hal ini dikarenakan besarnya Transformasi Fourier menjadi lebih kecil pada frekuensi yang lebih tinggi karena nilai setiap titik ditampilkan sebagai garis yang sesuai dengan pola pada citra asli. Citra hasil DFT juga mengungkapkan bahwa ada dua arah yang mendominasi Transformasi Fourier, yaitu horizontal dan vertical. Dalam kasus upsampling, jika kita memperbesar dimensi citra asli dengan informasi yang sama, Transformasi Fourier menganggap citra asli yang diperbesar berisi frekuensi yang sama dengan citra asli. Hal ini dikarenakan Transformasi Fourier hanya bergantung pada nilai sampel-sampel sinyal pada domain waktu dan tidak terpengaruh oleh jumlah sampel yang ada dalam sinyal tersebut. Sehingga, meskipun dilakukan upsampling terhadap sinyal, hasil transformasi Fourier dari sinyal tersebut tetap sama.

**DAFTAR PUSTAKA**

[1] Gonzalez, Rafael C., Richard E. Woods. 2002. *Digital Image Processing*. New Jersey: Prentice Hall.  
 [2] Leon, Steven J., *Aljabar Linear dan Aplikasinya*. Jakarta: Erlangga  
 [3] Munir, Rinaldi. 2004. *Pengolahan Citra Digital dengan Pendekatan Algoritmik*. Bandung: Informatika.



- [4] Brigham, E. Oran, 1988. *The Fast Fourier Transform and Its Applications*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- [5] Dinata, R. K., Hasdyna, N., Retno, S., & Nurfaumi, M. (2021). K-means algorithm for clustering system of plant seeds specialization areas in east Aceh. *ILKOM Jurnal Ilmiah*, 13(3), 235-243.
- [6] Marleni, A. 2015. *Analisa Pengolahan Citra Menggunakan Metode Transformasi Fourier*. Konferensi Nasional Sistem dan Informatika 2015. STMIK STIKOM, Bali.
- [7] Caesarany, M. 2019. *Restorasi Digital Citra Lama Menggunakan Transformasi Fourier Dimensi Dua*. Skripsi Program Studi Fisika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam, Universitas Negeri Yogyakarta, 2019.
- [8] Dinata, R. K., Retno, S., & Hasdyna, N. (2021). Minimization of the number of iterations in K-medoids clustering with purity algorithm. *Revue d'Intelligence Artificielle*, 35(3), 193-199.
- [9] Qidwai, Uvais., & Chen, C.H. (2009). *Digital Image Processing An Algorithmic Approach with MATLAB®*, New York: CRC Press.
- [10] Sutoyo, T., Mulyanto, Edy., Suhartono, Vincent., Nurhayati, O.Dwi., Wijanarto. (2009). *Teori Pengolahan Citra Digital*. Yogyakarta: Penerbit ANDI.